

第 8 回地盤改良シンポジウム

論文集



2008 年 11 月 20 日・21 日

主 催 (社) 日 本 材 料 学 会

協 賛 (社) 地盤工学会・(社) 土木学会

多次元圧密の第1固有値に着目したウェルレジスタンスの評価

○山田正太郎¹・佐藤研一¹・山内義文²・白神新一郎²
¹福岡大学工学部・²錦城護謨(株)

1. はじめに

田村^{1),2)}は, Biot の圧密方程式から変位を消去して間隙水圧のみで表わされた圧密の方程式を求めた上で, 圧密現象の固有値問題としての構造を明らかにした. 加えて田村は, 圧密の完了する速さを調べる上では第1固有値(最小固有値)とその固有関数を求めることが重要であることを指摘した. 本研究ではこの考え方にに基づき, Biot の圧密理論の第1固有値に着目しながら, パーチカルドレーン工法におけるウェルレジスタンスの影響について評価する.

そこで本論文では, まず Terzaghi の1次元圧密理論を題材に, 第1固有値(最小固有値)がいかに圧密の速さを代表する値になっているか簡単に説明するとともに, 本論文の基本的な方針を明らかにする. 次に, Biot の圧密方程式を有限要素法によって空間的に離散化した上で, 田村に倣い圧密現象を固有値問題として定式化し, その解が有する諸特徴について概説する. そして最終的に, ドレーンの透水係数が有限な場合の数値解析結果を示しながら, 第1固有値でウェルレジスタンスを評価することの妥当性を示すとともに, ウェルレジスタンスがどのような条件下でどの程度生じるのか考察する.

2. Terzaghi の1次元圧密理論における第1固有値および第1固有関数の重要性

周知の通り, Terzaghi の圧密方程式は次式に示す熱伝導型の微分方程式で表わされる.

$$\frac{\partial u^e}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u^e}{\partial z^2} \quad (1)$$

ここに, $u^e(z, t)$ は過剰間隙水圧, $C_v (> 0)$ は圧密係数である. この微分方程式を片面排水条件の下, 初期条件として一様な過剰間隙水圧分布 ($u_0^e(z) = \Delta p, \Delta p$: 載荷圧) を仮定した上で, Fourier の方法で解くと, 次の級数解が得られる.

$$u^e = \sum_{a=1}^{\infty} (-1)^{a+1} \frac{2\Delta p}{\mu_a} \cos\left(\mu_a \frac{z}{H}\right) e^{-\mu_a^2 \frac{C_v}{H^2} t} \quad (2)$$

ここに,

$$\mu_a = \frac{2a-1}{2} \pi, \quad (a = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

であり, H は層厚である. さて, 式(2)右辺の各項は, 前半の深さ z の関数部分 $(-1)^{a+1} \frac{2\Delta p}{\mu_a} \cos\left(\mu_a \frac{z}{H}\right)$ と, 後半の時間 t の関数部分 $e^{-\mu_a^2 \frac{C_v}{H^2} t}$ の積からなる. t の関数部分における t の正の係数

$\mu_a^2 \frac{C_v}{H^2}$ のことを固有値と呼び, z の関数部分のことをこの固有値に対する固有関数と呼ぶ(個々の固有関数は直行関数列をなす).

図-1に初期状態 ($t = 0$) における, 式(2)の各項で表わされる分布 ($e^0 = 1$ なので, $t = 0$ のとき各項は固有関数そのものを表す) とそれらを100項目まで重ね合わせた分布を示す.

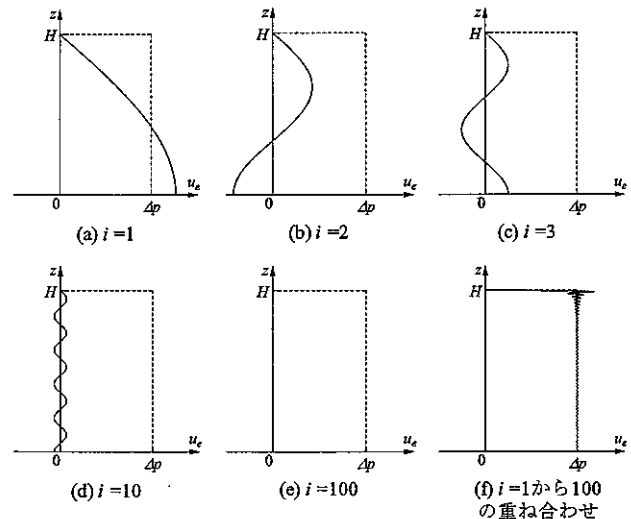


図-1 固有関数とその重ね合わせによる初期条件の表現

この図に示されるように, 初期過剰間隙水圧分布は各固有関数の重ね合わせとして表現される. また, 同様に各時刻における過剰間隙水圧分布も, 各固有関数を何倍かしたものを重ね合わせて表現される. ここで, 注意したいのは, 式(2)から明らかのように, 各固有関数は形状を変えないままそれぞれ独立した速さで減衰し, 固有値が大きいほどその減衰速度は速いということである. つまり時間が経過していくと, 値の大きな固有値に対する固有関数から順次零に漸近してゆき, 圧密の後半には第1固有値(最小固有値)に対する固有関数だけで, 過剰間隙水圧分布が表現されるようになる. 図-2は, 各圧密度 U における, 第1固有関数で表わされる分布と第1から第100固有関数までを重ね合わせた分布を比較した図である. 圧密度が40%を超える頃から, 過剰間隙水圧の消散は, 第1固有関数に支配される様子が見て取れる. 図-3は厳密に求めた時間係数-圧密度関係と, 式(2)の第1項のみ, すなわち第1固有関数の消散だけ考えた場合の時間係数-圧密度関係を示している. この図からも時間とともに, 圧密は第1固有関数の変化に支配されていくことが分かる. このように, 圧密の完了する速さを調べる上では第1固有値(最小固有値)とその固有関数を求めることが重要であり, 本論文ではこれらの観点から議論を進める.

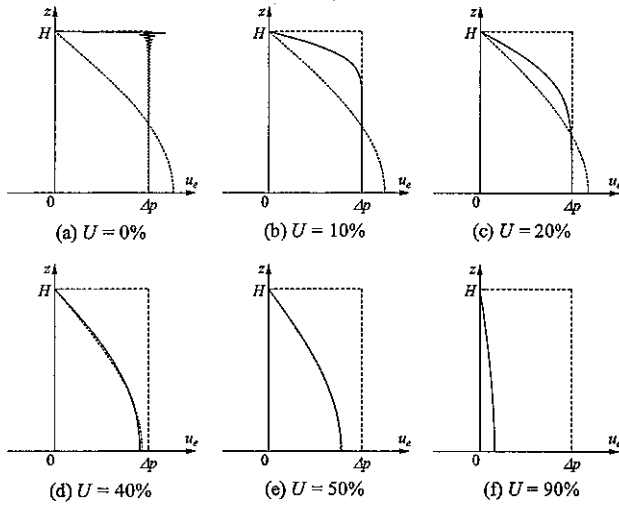


図-2 第100固有関数まで重ね合わせた解の減衰と第1固有関数の減衰 (実線: 第100項までの重ね合わせ, 点線: 第1項のみ)

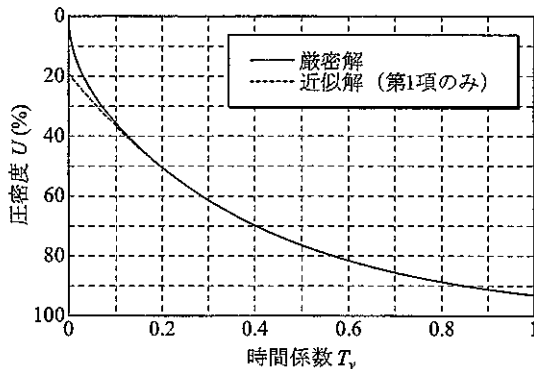


図-3 時間係数—圧密度関係にみる第1固有関数の寄与

3. Biot の圧密方程式の有限要素離散化とその固有値問題としての定式化

以下では, Biot の圧密方程式を有限要素離散化した後, 田村²⁾に倣い, 有限要素離散化された Biot の圧密方程式をもとに, 圧密現象を固有値問題として定式化する. ただし, 離散化を前提にして議論を進める点と用いる記号こそ田村²⁾とは一見異なるが, ここで示される定式化と田村²⁾が示した定式化には根本的な違いはない. ここでの説明はあくまでも論文後半の理解のための記述であることを先に断っておく.

3.1 Biot の圧密方程式の有限要素離散化

飽和土が土骨格と間隙水からなる二相混合体であると見做すと同時に, 間隙水の流れが Darcy 則によって支配されると仮定すると, 力のつり合い式と水～土骨格連成式はそれぞれ次式のように表わされる.

$$\text{div}T' - \text{gradu} + f = 0 \quad (4)$$

$$-\text{tr}D = -\frac{k}{\rho_w g} \text{div}(\text{gradu}) \quad (5)$$

ここに,

T' : Cauchy 有効応力テンソル (引張を正)

D : ストレッチングテンソル (引張を正)

u : 間隙水圧, f : 物体力
 t : 時間, k : 透水係数
 ρ_w : 水の密度, g : 重力加速度

である. これらは, 現代風に書かれた Biot の圧密方程式に他ならない. 方程式(4), (5)に力学的境界条件と水理境界条件および間隙水圧の初期条件が付随して個々の初期値境界値問題は成り立つ.

ここで, 微小変形理論を適用すると共に, 土骨格を線形弾性体と仮定した上で, Christian³⁾の有限要素離散化を行うと, 次式を得る.

$$K\{u\} - L^T\{u\} = \{f\} \quad (6)$$

$$-L \frac{d}{dt}\{u\} + H\{u\} = \{f_u\} \quad (7)$$

ここに,

$\{u\}$: 全節点変位からなるベクトル

$\{u\}$: 全要素の間隙水圧からなるベクトル

K : 剛性行列

L : $\{u\}$ から各要素の体積変化量を計算する行列

H : $\{u\}$ から各要素の間隙水の流出量を計算する行列

$\{f\}$: 外力および物体力の等価節点力ベクトル

$\{f_u\}$: 排水境界条件の処理に伴い派生したベクトル

である. 全要素数を n とすれば, $\{u\}$ は n 次元ベクトルである.

3.2 固有値問題としての定式化 ~有限要素離散化を前提に~

3.2.1 間隙水圧で表現した圧密の方程式

圧密開始から十分に時間が経過し, 定常状態に落ち着いたときの間隙水圧分布を $\{u^s\}$ と表した上で, 新しい変数:

$$\{u^e\} = \{u\} - \{u^s\} \quad (8)$$

を導入する. 定常状態での間隙水圧に対して過剰な水圧 $\{u^e\}$ のことを改めて過剰間隙水圧と呼ぶ. 定常状態では $d\{u\}/dt = 0$ なので, $\{u^s\}$ が離散化された Laplace 方程式:

$$H\{u^s\} = \{f_u\} \quad (9)$$

を満たすことに注意すれば, 過剰間隙水圧 $\{u^e\}$ を用いて, 式(7)は排水に関して斉次境界条件を持つ式として以下のように書き換えられる.

$$-L \frac{d}{dt}\{u\} + H\{u^e\} = \{0\} \quad (10)$$

式(6)と(10)より $\{u\}$ を消去すると過剰間隙水圧だけで表わされた圧密の方程式を得る.

$$A \frac{d}{dt}\{u^e\} = -H\{u^e\} \quad (11)$$

ここに,

$$A = -LK^{-1}L^T \quad (12)$$

である.

3.2.2 固有値・固有ベクトルとその性質

過剰間隙水圧分布 $\{u^e\}_t$ が,

$$\{u^e\}_t = \{u_a^e\}e^{-\lambda_a t} \quad (13)$$

のように、時間の進行によって変化しない過剰間隙水圧分布 $\{u_a^e\}$ と時間の指数関数 $e^{-\lambda_a t}$ とに分離できると仮定して、式(11)の解を探す。式(13)を式(11)に代入すると、

$$\lambda_a A \{u_a^e\} = H \{u_a^e\} \quad (14)$$

を得る。係数行列AおよびHは対称行列であるとともに負定値であることは容易に確認できる。排水に関する斉次境界条件のもとで、式(14)を恒等的に満足する解が存在するには、係数行列が零であることすなわち、

$$|H - \lambda_a A| = 0 \quad (15)$$

が必要十分条件である。この n 次の代数方程式の根 λ_a を固有値と呼び、また、これに対応する式(14)の非自明解 $\{u_a^e\}$ を固有ベクトルと呼ぶ。固有ベクトルは時間の進行とともにその形状を変えないような過剰間隙水圧分布であり、固有値はその大きさの変化する速さを決める値である。

a) 固有値の正値性

A, Hが対称で、Aが負定値であるからすべての λ_a は実数であることが保証される。またさらに、Hも負定値であることから λ_a が正値をとることは式(14)より得られる次式：

$$\lambda_a = \frac{\{u_a^e\}^T H \{u_a^e\}}{\{u_a^e\}^T A \{u_a^e\}} \quad (16)$$

より明らかである。式(13)より、 λ_a が恒に正の値をとることは、過剰間隙水圧が時間の経過と共に単調に減衰していくことを意味する。

b) 固有ベクトルの直行性

固有値 λ_a, λ_b に対応する固有ベクトルをそれぞれ $\{u_a^e\}, \{u_b^e\}$ とするとき、式(14)より、

$$\lambda_a A \{u_a^e\} = H \{u_a^e\} \quad (17.1)$$

$$\lambda_b A \{u_b^e\} = H \{u_b^e\} \quad (17.2)$$

と表せる。式(17.1), (17.2)の両辺に、左からそれぞれ $\{u_b^e\}^T, \{u_a^e\}^T$ をかけると、

$$\lambda_a \{u_b^e\}^T A \{u_a^e\} = \{u_b^e\}^T H \{u_a^e\} \quad (18.1)$$

$$\lambda_b \{u_a^e\}^T A \{u_b^e\} = \{u_a^e\}^T H \{u_b^e\} \quad (18.2)$$

となる。さらに式(18.1)の両辺を転置してから、式(18.2)との差をとると、A, Hが対称であることから次式が得られる。

$$(\lambda_a - \lambda_b) \{u_a^e\}^T A \{u_b^e\} = 0 \quad (19)$$

ここで、内積：

$$[\{u_a^e\}, \{u_b^e\}] = -\frac{1}{2} \{u_a^e\}^T A \{u_b^e\} \quad (20)$$

を定義すると、 $\lambda_a \neq \lambda_b$ の場合には、

$$[\{u_a^e\}, \{u_b^e\}] = 0 \quad (a \neq b) \quad (21)$$

が結論される。つまり、異なる固有値に対する固有ベクトルは、式(20)で定義される内積の意味で直交している。また、同一の固有値に対して2つ以上の固有ベクトルがある場合にはSchmidtの方法により直交化可能である。またさらに、固有ベクトルの大きさを、式(20)で定義される内積で正規化すれば、 n 個の固有ベクトルの組のうち、任意の2つの固有ベクトルの間には、

$$[\{u_a^e\}, \{u_b^e\}] = \delta_{ab}^e \quad (22)$$

が成立する。つまり、固有ベクトルの集合は正規直交系を成すようにできる。

3.2.3 重ね合わせによる初期値の表現

排水に関する斉次境界条件を内包する線形微分方程式(11)を満たす個々の解 $\{u_a^e\}e^{-\lambda_a t}$ ($a = 1, \dots, n$)を重ね合わせることで、任意の初期条件を満足させる解を作成する。つまり、過剰間隙水圧分布を、

$$\{u^e\}_t = \sum_{a=1}^n c_a \{u_a^e\} e^{-\lambda_a t} \quad (23)$$

とおいた上で、 $t = 0$ のとき、式(23)によって初期過剰間隙水圧分布 $\{u_0^e\}$ が表現されるように c_a を決定する。すなわち、

$$\{u_0^e\} = \sum_{a=1}^n c_a \{u_a^e\} \quad (= \{u^e\}_{t=0}) \quad (24)$$

が成り立つように c_a を求める。これは固有ベクトルの組が正規直交性(式(22))を成すために簡単に求まる。実際、式(24)の両辺と $\{u_b^e\}$ との内積をとると、

$$\begin{aligned} [\{u_0^e\}, \{u_b^e\}] &= \left[\sum_{a=1}^n c_a \{u_a^e\}, \{u_b^e\} \right] \\ &= \sum_{a=1}^n c_a \delta_b^a = c_b \end{aligned} \quad (25)$$

となる。つまり、(Fourier) 係数 c_a は、

$$c_a = [\{u_0^e\}, \{u_a^e\}] \quad (26)$$

のように求めることができ、解を次式のように表現することができる。

$$\{u^e\}_t = \sum_{a=1}^n [\{u_0^e\}, \{u_a^e\}] \{u_a^e\} e^{-\lambda_a t} \quad (27)$$

なお、問題が成立するためには、初期過剰間隙水圧 $\{u_0^e\}$ 、ひいては初期間隙水圧 $\{u_0\}$ が必要であるが、これは式(6)と完全非排水条件：

$$L\{u\} = \{0\} \quad (28)$$

を連立してを求めればよい。

以上のことにより、圧密問題を解くことは、固有値と固有ベクトルを求めることに帰着する。なお、ある時刻の変位 $\{u\}$ を求めるためには、求めた間隙水圧を与えて式(6)を単独で解けばよい。

3.2.4 多次元圧密の圧密度

多次元圧密の圧密度 U を次式で定義する。

$$U = \frac{\Delta V}{\Delta V_s} \quad (29)$$

ここに、 ΔV は時刻 t までに生じた地盤全体の体積圧縮量であり、 ΔV_s は定常状態に至るまでに生じる地盤全体の体積圧縮量である。Christian³⁾ 流の有限要素離散化の下では、式(29)は過剰間隙水圧を用いて次式のように書き換えられる。

$$U = 1 - \frac{s^T A \{u^e\}}{s^T A \{u_0^e\}} \\ = 1 - \frac{s^T A \sum_{a=1}^n [\{u_0^e\}, \{u_a^e\}] \{u_a^e\} e^{-\lambda_a t}}{s^T A \{u_0^e\}} \quad (30)$$

ここに、 s はすべての成分が1である n 次元列ベクトルである。なお、上記の定義は田村²⁾と異なるが、式(30)は1次元変形条件下においてTerzaghiの圧密理論における圧密度に帰着するため、この定義を用いる。

3.2.5 第一固有値の重要性

式(27)より明らかなように、固有値が大きいほど、その固有値に対応する固有ベクトルで表される過剰間隙水圧分布の成分は減衰が速い。よって、式(27)および式(30)は t を大きくとると、それぞれ近似的に次式のように表わされる。

$$\{u^e\}_t \cong [\{u_0^e\}, \{u_1^e\}] \{u_1^e\} e^{-\lambda_1 t} \quad (31)$$

$$U \cong 1 - \frac{s^T A [\{u_0^e\}, \{u_1^e\}] \{u_1^e\}}{s^T A \{u_0^e\}} e^{-\lambda_1 t} \quad (32)$$

つまり、圧密後半では、第1固有値（最小固有値）に対する固有ベクトルだけで過剰間隙水圧が表わされるようになり、圧密度の変化も第1固有値に対応する過剰間隙水圧分布の消散に支配されるようになる。このような観点から、圧密の完了する速さを調べる上では、やはり第1固有値（最小固有値）と第1固有ベクトルを求めることが重要であるといえる。

4. パーチカルドレーン工法のウェルレジスタンスに関する一考察

以下では、Biotの圧密理論に基づく固有値解析により求めた第1固有値によりパーチカルドレーン工法のウェルレジスタンスについて評価する。

4.1 解析条件

パーチカルドレーン工法を模擬して解析条件を設定した。解析は一本のドレーン材を軸に軸対象条件を仮定した。ドレーン材として、サンドドレーンを用いる場合と、プラスチックボードドレーンを用いる場合の2通りのケースを想定した。それぞれの有限要素メッシュと境界条件を図-4に示す。サンドドレー

ンを想定するケースでは、ドレーン材の直径を $d_w=0.4\text{m}$ 、有効径を $d_e=2.4\text{m}$ とし、プラスチックボードドレーンを用いる場合にはドレーン材の直径を $d_w=0.05\text{m}$ （幅0.1mの帯状ドレーンを円柱形ドレーンに換算）、有効径を $d_e=1.5\text{m}$ とした。層厚はいずれのケースも $H=20\text{m}$ とした。粘土地盤の材料定数は、ヤング率 $E_c=9.81 \times 10^2 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu_c=0.3333$ 、透水係数 $k_c=1.0 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$ とした。ドレーン材の透水係数はウェルレジスタンスの影響を調べるために、 10^{-7} から 10^1 cm/sec まで幅広く変化させた。一方で、今回の解析では、結果にドレーン材の剛性の影響が入って解析結果に違いを生じる要因が紛れないように、ドレーン材のヤング率とポアソン比は敢えて粘土地盤と同じ値にした。水理境界条件は上端面だけを排水境界とし、真空圧密工法を用いた場合を想定してその境界面の水圧を水頭にして5m分低下させた。ただし、本解析の境界条件の下では、5m分の水圧と等価な荷重を地表面に加えても、解析結果は全く同じになる。

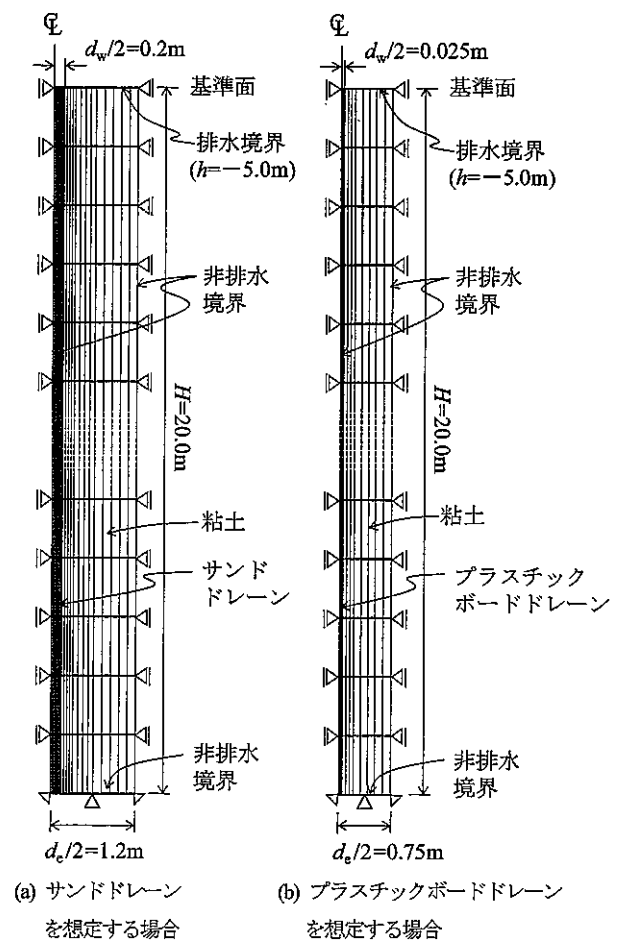


図-4 有限要素メッシュと境界条件

4.2 第1固有値を用いたウェルレジスタンスの評価

はじめに、サンドドレーンを想定した場合を例に挙げて、第1固有値を用いてウェルレジスタンスを評価することの妥当性について示す。サンドドレーンを想定した場合の時間-圧密度関係を図-5に示す。図中の数値は粘土地盤の透水係数 k_c に対するドレーン材の透水係数 k_w の比を表したものであり、以降 k_w/k_c を透水係数比と呼ぶ。また、図中には解析結果に加えて、Terzaghiの1次元圧密理論に基づく解とBarronによるパーチカルドレー

ン工法の理論解（近似解）も示した。さて、この図より、透水係数比が 10^6 から 10^8 の間では、透水係数比が変化しても圧密速度はほとんど変化しないことがわかる。また、このときの時間-圧密度関係と、鉛直方向の流れを完全に無視した Barron の解の間には大きな違いがない。すなわち、透水係数比がこれらの値をとるときにはウェルレジスタンスの影響はほとんど生じないといえる。これに対し、透水係数比が 10^5 を下回るあたりから圧密の遅れが生じ出し、透水係数比が 10^4 から 10^1 の間では、透水係数比の低下に対して、顕著に圧密の進行が遅れる。しかし、透水係数比が 10^1 以下では、再び透水係数比が変化しても圧密の進行速度には大きな影響が及ばなくなる。透水係数比が 10^0 のとき、すなわち粘土の透水係数とドレーン材の透水係数が同じ条件下では、Biot の圧密理論は Terzaghi の 1 次元圧密理論に帰着する。このように、透水係数比には、その変化が圧密速度に顕著に影響を及ぼすレンジがあり、サンドドレーンを想定した図-4、(a)の条件では、 $k_w/k_c=10^4 \sim 10^6$ のときに圧密速度が大きく変化する。また、最も圧密が速いものに比べて、最も圧密が遅いものは、およそ 200 倍圧密速度が遅れる。

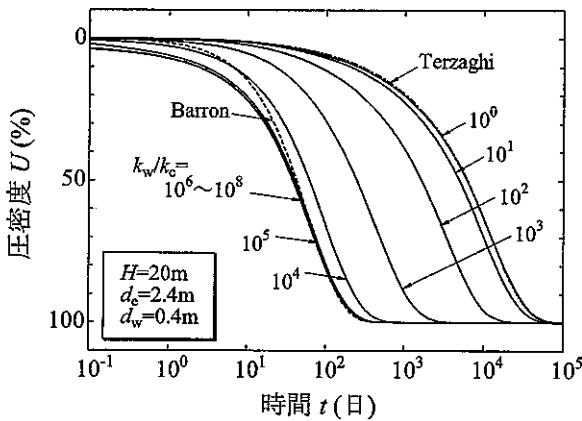


図-5 時間-圧密度関係（サンドドレーンを想定した場合）

次に、上記で見た特徴が第1固有値から同様に読み取れるか確かめる。図-6 にサンドドレーンを想定した場合の透水係数比とウェルレジスタンス指数の関係を示す。ここに、ウェルレジスタンス指数とは、Barron⁹⁾の圧密理論における第1固有値 $\lambda_1(\text{Barron})$ に対する、ある透水係数比における第1固有値 λ_1 の比である。つまり、ウェルレジスタンス指数は、ウェルレジスタンスのない場合（Barron の解を理想的な状態と位置付ける）に比べて、ウェルレジスタンスがある場合の圧密速度が何倍になっているかを示す値で、基本的に1以下の値を取る。このような指標を導入すると同時に、この図の R 軸には圧密促進指数なる指標を別途導入する。ここに、圧密促進指数とは、Terzaghi の圧密理論における第1固有値 $\lambda_1(\text{Terzaghi})$ に対する、ある透水係数比における第1固有値 λ_1 の比である。つまり、圧密促進指数は、バーチカルドレーン工法を用いることで、1次元圧密に比べて圧密速度が何倍速くなるかを示す値で、基本的に1以上の値をとる。そして、図中の2本の点線は、上側が $\lambda_1/\lambda_1(\text{Barron})=1$ に引かれた線であり、下側の線が $\lambda_1/\lambda_1(\text{Terzaghi})=1$ に引かれた線である。つまり、上側の線は、Barron の解を表す線で、下側の線は Terzaghi の解を表す線である。

この図に従って、ウェルレジスタンスについて考察してみよう。まず、透水係数比が大きい状態では、最小固有値は Barron の解に一致する。そして、透水係数比の減少とともに、徐々に圧密が遅れ、透水係数比 $k_w/k_c = 1$ のときには、今度は Terzaghi の解に一致する。また、透水係数比の変化に対して第1固有値の変化すなわち圧密速度の変化が大きいのは、透水係数比がおよそ $10^1 \sim 10^4$ の値を取るときである。またさらに、 $\lambda_1(\text{Barron})/\lambda_1(\text{Terzaghi})=204.7$ であり、圧密は最大で約 200 倍遅れる。図-6 から読み取れるこれらの特徴はすべて図-5 から読み取ったものと等しく、第1固有値を用いてウェルレジスタンスを評価することは妥当であると言える。

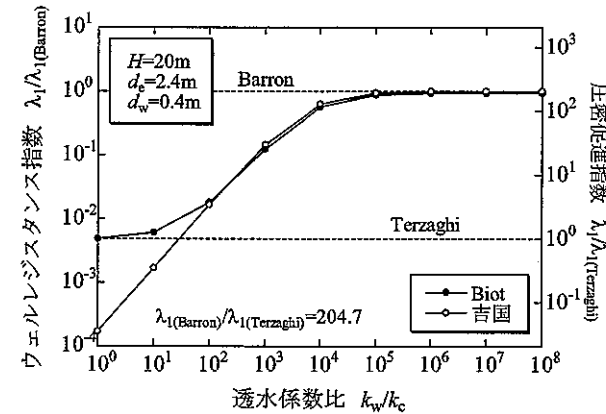


図-6 透水係数比-ウェルレジスタンス指数関係（サンドドレーンを想定した場合）

図-7 に透水係数比毎の第1固有値に対する初期過剰間隙水圧分布（=固有ベクトル）を示す。透水係数比が大きい場合には、特に地盤深部で水平方向の変化が卓越しているのに対し、透水係数が小さい場合には鉛直方向の変化が卓越し、 10^0 では完全に鉛直方向にのみ過剰間隙水圧分布が変化していることが分かる。特に透水係数比が 10^4 を下回ると、鉛直方向の変化が卓越し始めるが、これはまさにドレーンが機能しなくなっていることを示しており、固有値に現れている特徴が、確かにウェルレジスタンスによるものであることを示している。

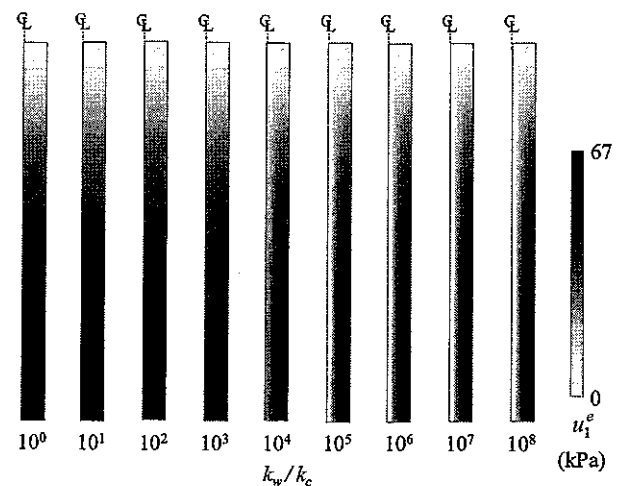


図-7 透水係数比と第1固有値に対する初期過剰間隙水圧分布の関係（サンドドレーンを想定した場合）

ここでは、改めて図-6に戻り、吉国⁹⁾によるウェルレジスタンスの評価法と第1固有値を用いた評価法を比較してみる。図-6における白抜きプロット(○)は吉国が示した圧密遅れの評価値の逆数を、Y軸のウェルレジスタンス指数に対し取ったものである(吉国が示したやり方も、結果的には第1固有値を用いた評価になっている)。透水係数比が 10^2 以上の値を取る範囲では、両者が同様な圧密遅れを見積もることがわかる。一方で、透水係数比が 10^2 よりも小さくなると、吉国の方法による評価は遅れを過大に評価し、非現実的にも1次元圧密よりも圧密速度を遅く見積もることもある。ただし、実際には、透水係数比が 10^2 よりも小さくなるような場合にドレーンを打つことはほばないため、実用的にはこの点が大きな問題となることはない。

4.3 サンドドレーンとプラスチックボードドレーンにおけるウェルレジスタンスの表われ方の違い

以上では、サンドドレーンを想定して調べてきたが、ここではプラスチックボードドレーンを想定した場合の結果を示し、両者を比較する。サンドドレーンを用いた場合の図-6に対応させて、図-8にプラスチックボードドレーンを用いた場合の透水係数比-ウェルレジスタンス関係を示す。まず、図-6から読み取った基本的な傾向は図-8でも共通して確認できる。また、図-8では $\lambda_1(\text{Barron})/\lambda_1(\text{Terzaghi})=217.1$ であり、図-6で $\lambda_1(\text{Barron})/\lambda_1(\text{Terzaghi})=204.7$ であったのと比べて、ウェルレジスタンスが生じない状況では、両者が同程度の圧密促進効果を発揮する条件下にあるといえる。一方で、圧密速度に影響が及びやすい透水係数比の範囲は、図-6ではおよそ $10^1\sim 10^4$ であるのに対し、図-8では $10^2\sim 10^6$ であり、ウェルレジスタンスを引き起こさないために要求されるドレーンの性能は異なるといえる。

ここでは更に、具体的な透水係数を設定して、両者のウェルレジスタンスの生じやすさについて比較してみることにする。まず、サンドドレーンを想定した場合から考える。一般に、砂の透水係数は $k_w=10^{-3}\sim 10^{-2}\text{cm/sec}$ 程度、粘土の透水係数は $k_c=10^{-8}\sim 10^{-6}\text{cm/sec}$ 程度である。したがって、透水係数比の取りうる範囲は $k_w/k_c=10^3\sim 10^6$ 程度となり、図-6で示される圧密速度に顕著に影響が及ぶ透水係数比の範囲を含む。つまり、サンドドレーンの透水性が悪かったり、粘土の透水性が高かったりする場合にはウェルレジスタンスの影響が無視できないことがわかる。また、条件が悪い場合には、遅れの程度は10倍近くにまで及ぶことも分かる。

一方、プラスチックボードドレーンは、一般に透水係数が $k_w=1.0\text{cm/sec}$ 以上といわれるため、粘土の透水係数が $k_c=10^{-8}\sim 10^{-6}\text{cm/sec}$ 程度であることを考えると、透水係数比は $k_w/k_c=10^6$ 以上の値を取るようになる。これは、図-8で示される圧密速度に顕著に影響が及ぶ透水係数比の範囲を含まない。つまり、サンドドレーンを用いる場合では、粘土地盤の透水係数が $k_c=10^{-6}\text{cm/sec}$ を上回るほどに高い地盤でもない限り、顕著なウェルレジスタンスを生じない。また、ここで設定した範囲で仮に遅れが生じたとしても、それは1割程度の遅れに過ぎない。当初予測した通りに圧密が進まない、と全くウェルレジスタンスのせいにかされがちだが、ここで示した結果によれば、他の影響を探る必要があるといえる。

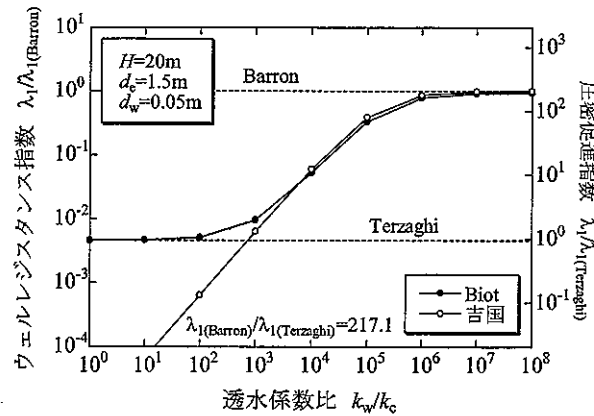


図-8 透水係数比-ウェルレジスタンス指数関係(プラスチックボードドレーンを想定した場合)

5. 結論

本論文では、田村が示した考え方に基づき圧密の速さを第1固有値で評価する方法について概括した上で、その方法を適用してウェルレジスタンスの影響を評価した。解析結果を通じて、圧密速度に影響が及びやすい透水係数比のレンジがあることに加え、サンドドレーンやプラスチックボードドレーンを用いた場合に、そのレンジがどのあたりに存在し、圧密をどの程度遅らせるのかを示した。今日では、同じ水-土連成の有限要素法でも、より現実的な予測をするのに適した理論が発達しているが(例えば、Asaoka et al.^{6),7)}など)、ここで示したような方法で、予め問題の基本的性質を抑えておくことは、より高度な解析をする上でも有益であろう。

参考文献

- 1) 田村 武 (1978): Biot の圧密方程式に関する一考察, 土木学会論文集, Vol. 274, pp. 57-67.
- 2) 田村 武 (1980): 多次元圧密における固有値問題とその応用, 土木学会論文集, Vol. 293, pp. 79-89.
- 3) Christian, J. T. and J. W. Boehmer (1970): Plane Strain Consolidation by Finite Element, *Proc. ASCE*, SM 4, pp.1435-1457.
- 4) Barron, R. A. (1948): Consolidation of fine grained soils by drain wells, *Trans. ASCE*, Vol.113, pp.718-754.
- 5) 吉国 洋 (1979): パーチカルドレーン工法的设计と施工管理, 技報堂出版, pp. 40-49.
- 6) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994): Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils & Foundations*, Vol. 34, No. 1, pp. 91-106.
- 7) Asaoka, A., Nakano, M., Noda, T. and Kaneda, K. (2000): Delayed compression/consolidation of natural clay due to degradation of soil structure, *Soils & Foundations*, Vol. 40, No. 3, pp. 75-85.